

基于噪声子空间映射的二维波达角快速估计算法

王 军, 闫锋刚, 金 铭, 乔晓林

(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 为了降低二维 MUSIC(Two Dimensional Multiple Signal Classification, 2-D MUSIC)算法的计算量, 提高算法的实时处理能力, 基于噪声子空间映射思想提出了一种适用于任意平面阵列结构的二维波达角(Direction Of Arrival, DOA)快速估计算法. 新算法利用空间角度划分及非线性变换将信号子空间与噪声子空间的正交性等价地压缩至某个角度分片内, 使得真实 DOA 在该角度分片内产生虚拟镜像, 通过搜索该角度分片得到虚拟 DOA, 最后利用数学式直接计算得到真实 DOA. 理论分析和实验结果表明新算法能够成倍地提高 DOA 估计的速度, 同时具有比 MUSIC 算法更高的空间分辨率.

关键词: MUSIC; 二维 DOA 估计; 空间角度划分; 噪声子空间映射; 任意阵列结构

中图分类号: TN959.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)02-0276-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.02.011

Efficient Algorithm for 2-D DOA Estimation Based on Noise Subspace Mapping

WANG Jun, YAN Feng-gang, JIN Ming, QIAO Xiao-lin

(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: To reduce the computational complexity of the two dimensional Multiple Signal Classification (2-D MUSIC) algorithm and make it suitable for real-time applications, this paper presents a new computationally efficient method for 2-D direction-of-arrivals (DOA) estimation with arbitrary 2-D array configurations based on noise-subspace mapping. Exploring the idea of spatial angle dividing and non-linear transformation, the orthogonal relationship between the signal-subspaces and noise-subspaces is compressed to a small angular sector, leading to a series of virtual mirrors for each true DOA in a given sector. This allows fast estimation for the virtual DOAs by spectral search over only one sector, which further gives the value of the true DOAs since they are mathematically related. It is shown by theoretical analysis as well as experimental results that the new approach has a much lower computational complexity and an improved resolution as compared to the standard MUSIC.

Key words: multiple signal classification (MUSIC); two dimensional direction-of-arrival (2-D DOA) estimation; spatial angle dividing; noise-subspace mapping; arbitrary array structures

1 引言

信号的波达角(Direction Of Arrival, DOA)估计在雷达、声纳、无线通信等领域有着重要应用^[1~3]. 过去几十年内, DOA 估计产生了许多经典算法, 其中, 以 R O Schmidt 于 1986 年公开发表的 MUSIC (Multiple Signal Classification) 算法^[4] 最具代表性. MUSIC 算法的最大优点是其适应于任意阵列结构、理论表述简单. 然而, MUSIC 算法巨大的计算量在工程应用中难以满足实时处理的要求, 尤其在 2-D DOA 估计更为突出. 因此, 降低 MUSIC 算法的计算量成为学者关注的一个研究热点问题.

MUSIC 算法巨大的计算量主要来自于两个方面: 一是子空间分解^[5]; 二是谱峰搜索^[6]. 由于谱峰搜索相比于子空间分解计算量更大, 因此避免或降低谱峰搜索的次数是降低 MUSIC 算法复杂度的关键^[7]. 为此, 学者提出了求根 MUSIC 算法并以多项式求根代替谱峰搜索^[8], 然而该方法仅适用于均匀线阵. 近年来, 产生了将求根 MUSIC 推广到一般阵列结构的算法. 文献[9]利用阵列分离技术(Manifold Separation Technique, MST)将任意阵的阵列流型近似地表示成两个矩阵的乘积, 其中一个矩阵仅与阵列结构有关, 而另一个矩阵仅与信号 DOA 有关且具有范德蒙结构. MST 利用该特性将经典 MUSIC 空间谱表示成入射角的多项式并通过求解该多

项式的根直接得到 DOA. 文献[10]依据 MUSIC 空间谱是入射角周期函数的事实,将 MUSIC 空间谱表示成有限长度的傅里叶级数之和,以频域求根 MUSIC(Fourier Domain Root-Music, FD-Root-MUSIC)估计 DOA. 尽管 MST 和 FD-Root-MUSIC 能适用于任意阵列结构,然而这些算法需要较高的多项式阶数以保证截断误差尽可能小^[10],而求解高阶多项式的复杂度同样十分巨大. 另外,目前尚未见 MST 和 FD-Root-MUSIC 在 2-D DOA 估计的应用报道.

我们曾在文献[11]中利用变换域空间对称压缩的思想提出了一种适用任意阵列结构的高效 DOA 估计算法,即 TD-MUSIC (Transformed Domain MUSIC)算法. 本文中,我们进一步利用空间角度划分和噪声子空间映射的思想提出一种更为高效的 DOA 估计算法,即 MUSIC 高阶压缩谱 (MUSIC High-Order Compressed Spectrum, MHCS)算法. 与 TD-MUSIC 不同, MHCS 能在真实 DOA 和多个虚拟 DOA 处同时产生峰值,该特性实现了空间谱峰搜索的多倍压缩,因而其计算量相比于传统 MUSIC 算法和 TD-MUSIC 算法更低.

2 MUSIC 算法

设空间存在 L 个窄带、非相关辐射源 $s(t_l)$, $l = 1, 2, \dots, L$ 的入射信号. 为了便于讨论,我们选取如图 1 所示的接收阵列模型,定义第 l , $l \in [1, L]$ 个入射信号的 DOA 为 (θ_l, φ_l) , 其中, θ_l 为信号入射方向与其在 xoy 平面投影的夹角; φ_l 为 x 轴与信号入射方向在 xoy 平面投影的夹角.

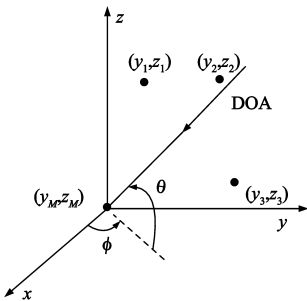


图1 参考二维阵列信号接收模型

对于远场窄带信号,阵列一次快拍接收的数据可表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta, \varphi)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_L(t)]^T$ 及 $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 分别为阵列接收数据、信号及方差为 σ^2 的通道噪声, $\mathbf{A}(\theta, \varphi) = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_L, \varphi_L)]$ 为阵列流型, $\mathbf{a}(\theta_l, \varphi_l)$ 为导向矢量且可表示为:

$$\mathbf{a}(\theta_l, \varphi_l) = [\exp(-i\gamma_{l,1}), \exp(-i\gamma_{l,2}), \dots, \exp(-i\gamma_{l,M})]^T \quad (2)$$

其中, $i = \sqrt{-1}$ 为复数单元. 设 λ 为信号波长, 则 $\gamma_{l,m}$ 为:

$$\gamma_{l,m} = \frac{2\pi}{\lambda}(y_m \cos\theta_l \sin\varphi_l + z_m \sin\theta_l) \quad (3)$$

设 \mathbf{R} 为阵列接收数据 $\mathbf{x}(t)$ 的协方差矩阵, 则其可表示为 $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}$. 其中, \mathbf{R}_s 是信号协方差矩阵. 对 \mathbf{R} 进行特征值分解, 有: $\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$. 其中, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$ 为对角阵, $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{M-L+1} = \dots = \lambda_M = \sigma^2$ 为 \mathbf{R} 的特征值, 其对应的特征向量为 \mathbf{e}_i , $i = 1, 2, \dots, M$, \mathbf{U} 为特征向量阵且按特征值可分块为 $\mathbf{U} = [\mathbf{S}\ \mathbf{G}]$. 称由 $\mathbf{S} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_L]$ 张成的子空间为信号子空间 $\text{span}(\mathbf{S})$, 而由 $\mathbf{G} = [\mathbf{e}_{M-L+1}, \dots, \mathbf{e}_M]$ 张成的子空间为噪声子空间 $\text{span}(\mathbf{G})$. 在阵列信号处理中, 可证明^[4]: $\text{span}(\mathbf{S}) \perp \text{span}(\mathbf{G})$ 且 $\text{span}(\mathbf{S}) = \text{span}(\mathbf{A})$, 故:

$$\mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{G} = 0 \quad (4)$$

由此, 可构造如下的 MUSIC 空间谱函数:

$$f_{\text{MUSIC}}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{G}\mathbf{G}^H\mathbf{a}(\theta, \varphi)} \quad (5)$$

根据子空间正交性原理, 在二维空间搜索, 使得 MUSIC 空间谱函数出现极大值的入射角即为信号 DOA.

3 基于 MHCS 的 DOA 估计算法

3.1 从角度域 DOA 估计到变换域 DOA 估计

为了降低 MUSIC 算法的计算量, 我们做如下变换:

$$\begin{cases} u \triangleq \cos\theta \sin\varphi \\ v \triangleq \sin\theta \end{cases} \quad (6)$$

该变换将 MUSIC 谱函数 $f_{\text{MUSIC}}(\theta, \varphi)$ 从传统角度域 (θ, φ) 变换到了变换域 (u, v) , 我们称 (u, v) 为变换域 DOA. 将式(6)代入式(3), 可得:

$$\gamma_{l,m} = \frac{2\pi}{\lambda}(y_m u_l + z_m v_l) \quad (7)$$

可见: 变换域相位差 $\gamma_{l,m}$ 是变量 (u, v) 的线性函数. 容易理解, 以 (θ, φ) 和以 (u, v) 得到的 MUSIC 空间谱函数在物理意义上是等效的. 这是因为, 对于给定角度域 DOA $(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$, 有唯一变换域 DOA (\tilde{u}, \tilde{v}) 与之对应, 反之, 由式(6)可得:

$$\begin{cases} \theta_1 = \sin^{-1}(v) \\ \varphi_1 = \sin^{-1}\left(\frac{u}{\sqrt{1-v^2}}\right) \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} \theta_2 = \sin^{-1}(v) \\ \varphi_2 = \pi - \sin^{-1}\left(\frac{u}{\sqrt{1-v^2}}\right) \end{cases} \quad (8)$$

即对给定变换域 DOA (\tilde{u}, \tilde{v}) , 有两对角度域 DOA $(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$ 及 $(\tilde{\theta}, \pi - \tilde{\varphi})$ 与其对应, 注意到利用式(4)可对 $(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$ 及 $(\tilde{\theta}, \pi - \tilde{\varphi})$ 是否为真实 DOA 进行判断, 因而

基于变换域的 DOA 估计不存在测角模糊的问题. 对式(6)两边同时求微分, 可得:

$$\begin{cases} \Delta u = \frac{\partial u}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \Delta \varphi = (-\sin \theta \sin \varphi) \Delta \theta + (\cos \theta \cos \varphi) \Delta \varphi \\ \Delta v = \frac{\partial v}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial v}{\partial \varphi} \Delta \varphi = (\cos \theta) \Delta \theta \end{cases} \quad (9)$$

因此, 可得:

$$\begin{cases} |\Delta u| = |(-\sin \theta \sin \varphi) \Delta \theta + (\cos \theta \cos \varphi) \Delta \varphi| \leq |\Delta \theta| + |\Delta \varphi| \\ |\Delta v| = |(\cos \theta) \Delta \theta| \leq |\Delta \theta| \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)可知: 变换域 MUSIC 和角度域 MUSIC 关于各自自变量的变换率是不一样的, 相比于角度域, 变换域 MUSIC 在某些角度会出现峰值位置的误差, 然而该误差不会超过搜索步长 $|\Delta \theta|$ 和 $|\Delta \varphi|$. 通常, $|\Delta \theta|$ 和 $|\Delta \varphi|$ 取值很小, 因而变换域空间谱函数的峰值位置误差不会太大. 因而, 基于变换域的 DOA 估计和基于角度域的 DOA 估计是等效的.

3.2 变换域空间划分及 MHCS 谱函数构造

由式(6)可知, u 和 v 的取值范围均为 $[-1, 1]$. 为了利用 MHCS, 我们对变换域 DOA 范围进行图 2 所示的角度划分.

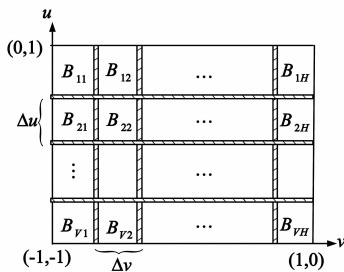


图2 二维变换域空间划分

其中, u, v 方向各划分为 V, H 份, 称图 2 中角度分片的总数(即 H 和 V 的乘积)为 MHCS 的压缩倍数, 记其为:

$$T \triangleq HV \quad (11)$$

下述推导将表明: 基于 MHCS 的 DOA 估计只需搜索图 2 中的某一个角度分片即可完成, 因此, 其相比于 MUSIC 算法能将 DOA 估计的计算量约降低 T 倍.

设 $B_{s,t}$ 为 u 方向第 $s, s \in [1, V], v$ 方向第 $t, t \in [1, H]$ 个角度分片, $(u_{s,t}, v_{s,t})$ 为 $B_{s,t}$ 内的角度取值, 则 $\forall (u_{s,t}, v_{s,t}) \in B_{s,t}$:

$$\begin{cases} u_{s,t} = u_{1,1} + s\Delta u \\ v_{s,t} = v_{1,1} + t\Delta v \end{cases} \quad (12)$$

用 $\mathbf{a}(u_{s,t}, v_{s,t})$ 表示 (u, v) 域导向矢量 $\mathbf{a}(u, v)$ 在 $B_{s,t}$ 内的取值, 那么由式(2)、(7)可得:

$$\mathbf{a}(u_{s,t}, v_{s,t}) = [\exp(-i\beta_{t,1}), \dots, \exp(-i\beta_{t,M})]^T$$

$$= [\exp(-i\frac{2\pi}{\lambda}(y_1 u_{s,t} + z_1 v_{s,t})), \dots, \exp(-i\frac{2\pi}{\lambda}(y_M u_{s,t} + z_M v_{s,t}))]^T \quad (13)$$

其中, $a_m(u_{s,t}, v_{s,t})$ 代表 $\mathbf{a}(u_{s,t}, v_{s,t})$ 第 $m, m \in [1, M]$ 个元素.

将式(12)代入式(13), 可将 $a_m(u_{s,t}, v_{s,t})$ 表示为:

$$\begin{aligned} a_m(u_{s,t}, v_{s,t}) &= \exp[-i\frac{2\pi}{\lambda}(y_m u_{s,t} + z_m v_{s,t})] \\ &= \exp[-i\frac{2\pi}{\lambda}[y_m(u_{1,1} + s\Delta u) + z_m(v_{1,1} + t\Delta v)]] \\ &= \exp[-i\frac{2\pi}{\lambda}(y_m u_{1,1} + z_m v_{1,1})] \cdot \exp[-i\frac{2\pi}{\lambda}(s y_m \Delta u + t z_m \Delta v)] \\ &\triangleq a_m(u_{1,1}, v_{1,1}) \cdot \beta_{s,t,m} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, 常数 $\beta_{s,t,m}$ 定义为:

$$\beta_{s,t,m} \triangleq \exp[-i\frac{2\pi}{\lambda}(s y_m \Delta u + t z_m \Delta v)] \quad (15)$$

将式(14)代入式(13), 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(u_{s,t}, v_{s,t}) &= [a_1(u_{s,t}, v_{s,t}), \dots, a_M(u_{s,t}, v_{s,t})]^T \\ &= [a_1(u_{1,1}, v_{1,1}) \cdot \beta_{s,t,1}, \dots, a_M(u_{1,1}, v_{1,1}) \cdot \beta_{s,t,M}]^T \\ &= [a_1(u_{1,1}, v_{1,1}), \dots, a_{1,1,M}(u_{1,1}, v_{1,1})]^T \\ &\quad \odot [\beta_{s,t,1}, \dots, \beta_{s,t,M}]^T \\ &\triangleq \mathbf{a}(u_{1,1}, v_{1,1}) \odot \boldsymbol{\beta}_{s,t} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, \odot 表示 Hadamard 点乘, 常数向量 $\boldsymbol{\beta}_{s,t}$ 取值为:

$$\boldsymbol{\beta}_{s,t} \triangleq [\beta_{s,t,1}, \beta_{s,t,2}, \dots, \beta_{s,t,M}]^T \quad (17)$$

式(16)建立了导向矢量 $\mathbf{a}(u, v)$ 在 $B_{s,t}$ 内的取值与其在 $B_{1,1}$ 内取值的映射关系, 该映射是通过常数向量 $\boldsymbol{\beta}_{s,t}$ 建立的非线性映射关系. 接下来, 利用该关系可进一步建立噪声子空间 \mathbf{G} 在 $B_{s,t}$ 内的取值与其在 $B_{1,1}$ 内取值的映射关系.

设信号源对应的变换域 DOA 为 $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t})$, 不失一般性, 假设 $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t}) \in B_{s,t}$, 那么由式(4), 可得:

$$\mathbf{a}^H(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t}) \mathbf{G} = \mathbf{0} \quad (18)$$

将式(16)代入式(18)中, 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \mathbf{a}^H(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t}) \mathbf{G} \\ &= [\mathbf{a}(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1}) \odot \boldsymbol{\beta}_{s,t}]^H [\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{M-L}] \\ &= \mathbf{a}^H(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1}) ([\mathbf{g}_1 \odot \boldsymbol{\beta}_{s,t}^H, \dots, \mathbf{g}_{M-L} \odot \boldsymbol{\beta}_{s,t}^H]) \\ &= \mathbf{a}^H(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1}) (\mathbf{G} \odot \underbrace{[\boldsymbol{\beta}_{s,t}^H, \boldsymbol{\beta}_{s,t}^H, \dots, \boldsymbol{\beta}_{s,t}^H]}_{M-L}) \\ &\triangleq \mathbf{a}^H(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1}) (\mathbf{G} \odot \mathbf{Q}_{s,t}) \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t})$ 和 $(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1}) \in B_{1,1}$ 满足:

$$\begin{cases} \hat{u}_{s,t} = \hat{u}_{1,1} + s\Delta u \\ \hat{v}_{s,t} = \hat{v}_{1,1} + t\Delta v \end{cases}, s \in [1, V], t \in [1, H] \quad (20)$$

常数矩阵 $\mathbf{Q}_{s,t}$ 定义为:

$$\mathbf{Q}_{s,t} \triangleq \underbrace{[\boldsymbol{\beta}_{s,t}^H, \boldsymbol{\beta}_{s,t}^H, \dots, \boldsymbol{\beta}_{s,t}^H]}_{M-L} \quad (21)$$

由式(19)可见, 若定义:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{1,1} \triangleq \mathbf{G} \\ \mathbf{G}_{s,t} \triangleq \mathbf{G}_{1,1} \odot \mathbf{Q}_{s,t}, s \in [2, V], t \in [2, H] \end{cases} \quad (22)$$

则可以看出对于角度分片 $B_{s,t}$ 内的真实 DOA $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t})$, 在角度分片 $B_{1,1}$ 内存在虚拟的 DOA $(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1})$, 真实 DOA 对应的导向矢量 $\mathbf{a}(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t})$ 与原噪声子空间 $\mathbf{G}_{1,1}$ 正交, 而虚拟 DOA 对应的导向矢量取值 $\mathbf{a}(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1})$ 与变换的噪声子空间 $\mathbf{G}_{s,t}$ 正交。

设 $\mathbf{G}_{s,t}, s \in [1, V], t \in [1, H]$ 的交集为 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$, 即:

$$\mathbf{G}_{\text{inter}} \triangleq \bigcap_{s=1}^V \bigcap_{t=1}^H \mathbf{G}_{s,t} \quad (23)$$

由于交集 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 是 $\mathbf{G}_{s,t}$ 的子集, 因而有:

$$\begin{cases} \mathbf{a}^H(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t}) \mathbf{G}_{\text{inter}} = 0 \\ \mathbf{a}^H(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1}) \mathbf{G}_{\text{inter}} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

因此, 可用 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 代替 MUSIC 算法的噪声子空间 $\mathbf{G}_{1,1}$, 在变换域 (u, v) 内构造如下的 MUSIC 高阶压缩谱函数:

$$f_{\text{MHCS}}(u, v) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(u, v) \mathbf{G}_{\text{inter}} \mathbf{G}_{\text{inter}}^H \mathbf{a}(u, v)} \quad (25)$$

由式(24)可见, MHCS 将在真实 DOA $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t})$ 和虚拟 DOA $(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1})$ 处同时产生极大值. 由于 $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t})$ 和 $(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1})$ 通过式(20)直接关联, 因此我们只需搜索某一个角度分片即可定位某个虚拟 DOA 对应的峰值位置, 然后通过式(20)计算得到所有可能的峰值位置, 这些位置都可能为真实变换域 DOA, 为了不产生测角模糊, 最后可以利用式(4)对干扰峰值进行排除(因为仅在真实 DOA 位置, 导向矢量的取值才与原噪声子空间 $\mathbf{G}_{1,1}$ 正交)。

3.3 MHCS 噪声子空间求解

求取 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 是构造 MHCS 谱函数的关键, 这里给出如下两个定理为求解 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 做理论准备。

定理 1 令 $\mathbf{G}_{s,t}, s \in [1, V], t \in [1, H]$ 如式(22)定义, 利用 $\mathbf{G}_{s,t}$ 定义如下的矩阵 $\mathbf{P}_{s,t}$:

$$\mathbf{P}_{s,t} \triangleq \mathbf{G}_{s,t} \mathbf{G}_{s,t}^H \quad (26)$$

那么 $\mathbf{P}_{s,t}$ 是子空间 $\text{span}(\mathbf{G}_{s,t})$ 上的投影矩阵。

证明 由投影矩阵的定义^[12], 我们只需证明如下等式即可:

$$\mathbf{P}_{s,t} = \mathbf{P}_{s,t}^H, \mathbf{P}_{s,t} = \mathbf{P}_{s,t}^2 \quad (27)$$

设 \mathbf{g}_i 的第 j 个元素为 $\mathbf{g}_{i,j}, i \in [1, M-L], j \in [1, M]$; $\mathbf{G}_{s,t}$ 的第 $i, i \in [1, M-L]$ 列为 $\mathbf{g}_{s,t,i}$. 注意到 $\|\beta_{s,t,j}\|^2 \equiv 1$, 由式(15)、(17)及(19), 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{s,t,i}^H \mathbf{g}_{s,t,j} &= (\mathbf{g}_i^H \odot \beta_{s,t})(\mathbf{g}_j \odot \beta_{s,t}^H) \\ &= [\beta_{s,t,1}^* \mathbf{g}_{i,1}^* \beta_{s,t,2}^* \mathbf{g}_{i,2}^* \cdots \beta_{s,t,M}^* \mathbf{g}_{i,M}^*] \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} \beta_{s,t,1} \mathbf{g}_{j,1} \\ \beta_{s,t,2} \mathbf{g}_{j,2} \\ \cdots \\ \beta_{s,t,M} \mathbf{g}_{j,M} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=1}^M \|\beta_{s,t,j}\|^2 \mathbf{g}_{i,j}^* \mathbf{g}_{i,j} = \sum_{j=1}^M \mathbf{g}_{i,j}^* \mathbf{g}_{i,j} = \mathbf{g}_i^H \mathbf{g}_i \\ &= \delta(i-j) \end{aligned} \quad (28)$$

其中, $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数, $(\cdot)^*$ 为复数共轭. 因此:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{s,t}^H \mathbf{G}_{s,t} &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{s,t,1}^H \\ \mathbf{g}_{s,t,2}^H \\ \cdots \\ \mathbf{g}_{s,t,M-L}^H \end{bmatrix} [\mathbf{g}_{s,t,1}, \mathbf{g}_{s,t,2}, \cdots, \mathbf{g}_{s,t,M-L}] \\ &= \begin{pmatrix} \delta(1-1) & \cdots & \delta(1-M+L) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \delta(M-L-1) & \cdots & \delta(M-L-M+L) \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{I} \end{aligned} \quad (29)$$

从而, 我们有:

$$\mathbf{P}_{s,t}^2 = \mathbf{P}_{s,t} \mathbf{P}_{s,t} = \mathbf{G}_{s,t} \mathbf{G}_{s,t}^H \mathbf{G}_{s,t} \mathbf{G}_{s,t}^H = \mathbf{G}_{s,t} \mathbf{I} \mathbf{G}_{s,t}^H = \mathbf{P}_{s,t} \quad (30)$$

显然, $\mathbf{P}_{s,t} = \mathbf{P}_{s,t}^H$. 故式(26)式成立。

定理 2 利用 $\mathbf{P}_{s,t} = \mathbf{G}_{s,t} \mathbf{G}_{s,t}^H$ 构造如下的矩阵 \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} \triangleq \mathbf{T} \mathbf{I} - \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \mathbf{P}_{s,t} \quad (31)$$

\mathbf{M} 的零空间定义为:

$$\text{null}(\mathbf{M}) \triangleq \{ \boldsymbol{\eta} \mid \boldsymbol{\eta} \in \mathbb{C}^M, \mathbf{M} \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \} \quad (32)$$

那么, 我们有:

$$\text{span}(\mathbf{G}_{\text{inter}}) = \text{null}(\mathbf{M}) \quad (33)$$

证明 假设向量 $\boldsymbol{\eta} \in \text{span}(\mathbf{G}_{\text{inter}})$, 由于 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 为 $\mathbf{G}_{s,t}$ 的交集, 因此, 我们有 $\boldsymbol{\eta} \in \text{span}(\mathbf{G}_{s,t}), s \in [1, V], t \in [1, H]$. 由于 $\mathbf{P}_{s,t}$ 是子空间 $\text{span}(\mathbf{G}_{s,t})$ 上的投影矩阵, 从而 $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta}$, 于是, 可得:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{M} \boldsymbol{\eta}\| &= \left\| \left(\mathbf{T} \mathbf{I} - \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \mathbf{P}_{s,t} \right) \boldsymbol{\eta} \right\| \\ &\leq \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{s,t}) \boldsymbol{\eta} \right\| = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

这表明: $\mathbf{M} \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$. 从而, $\boldsymbol{\eta} \in \text{null}(\mathbf{M})$. 由向量 $\boldsymbol{\eta}$ 的任意性, 我们可以得到 $\text{span}(\mathbf{G}_{s,t}) \subseteq \text{null}(\mathbf{M})$.

另一方面, 假设 $\boldsymbol{\eta} \in \text{null}(\mathbf{M})$, 则由式(31)和(32), 得:

$$\mathbf{M} \boldsymbol{\eta} = \left(\mathbf{T} \mathbf{I} - \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \mathbf{P}_{s,t} \right) \boldsymbol{\eta} = \mathbf{T} \boldsymbol{\eta} - \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \quad (35)$$

对上式两边同时取模, 可得:

$$\|\mathbf{T} \boldsymbol{\eta}\| = \left\| \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta} \right\| \leq \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \|\mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta}\| = 0 \quad (36)$$

注意到 $\mathbf{P}_{s,t}$ 是子空间 $\text{span}(\mathbf{G}_{s,t})$ 上的投影矩阵, 因此, 我们有 $\|\mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta}\| \leq \|\boldsymbol{\eta}\|$. 从而, 由式(36)我们可得:

$$\|\mathbf{T} \boldsymbol{\eta}\| \leq \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \|\mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta}\| \leq \sum_{s=1}^V \sum_{t=1}^H \|\boldsymbol{\eta}\| = \|\boldsymbol{\eta}\| \quad (37)$$

(37)

这表明: $\| \mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta} \| = \| \boldsymbol{\eta} \|$, 即 $\mathbf{P}_{s,t} \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}$. 由投影矩阵的性质, 可知 $\boldsymbol{\eta} \in \text{span}(\mathbf{G}_{s,t})$. 因此, $\boldsymbol{\eta} \in \text{span}(\mathbf{G}_{\text{inter}})$. 向量 $\boldsymbol{\eta}$ 的任意性, 我们可以得到 $\text{null}(\mathbf{M}) \subseteq \text{span}(\mathbf{G}_{s,t})$.

由上述证明可知定理成立.

下来, 我们用奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 求取 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 的标准正交基. 矩阵 \mathbf{M} 的 SVD 可表示为:

$$\mathbf{M} = \mathbf{X}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{Y}_s + \mathbf{X}_n \boldsymbol{\Sigma}_n \mathbf{Y}_n \quad (38)$$

其中, $\mathbf{X}_s = [\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\mu}_2, \dots, \boldsymbol{\mu}_{TL}]$, $\mathbf{X}_n = [\tilde{\boldsymbol{\mu}}_1, \tilde{\boldsymbol{\mu}}_2, \dots, \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{M-TL}]$ 分别为 \mathbf{M} 的非零奇异值和零奇异值对应的左奇异向量组成的矩阵, 而矩阵 $\mathbf{Y}_s = [\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2, \dots, \boldsymbol{\xi}_{TL}]$, $\mathbf{Y}_n = [\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1, \tilde{\boldsymbol{\xi}}_2, \dots, \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{M-TL}]$ 分别为 \mathbf{M} 的非零奇异值和零奇异值对应的右奇异向量组成的矩阵.

由于 $\boldsymbol{\xi}_i^H \boldsymbol{\xi}_j = 0, i \in [1, TL], j \in [1, M-TL]$, 因此:

$$\mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_j = \sum_{s=1}^{TL} \rho_s \boldsymbol{\mu}_s \boldsymbol{\xi}_s^H \tilde{\boldsymbol{\xi}}_j = 0 \quad (39)$$

其中, $\rho_s, i \in [1, TL]$ 为 \mathbf{M} 的 TL 个非零奇异值.

由式(39)可见: 向量组 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_j, j \in [1, M-TL]$ 满足 $\mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_j = 0$ 并且线性无关. 因此, 它们构成了 \mathbf{M} 零空间 $\text{null}(\mathbf{M})$ 的标准正交基. 结合定理 2 我们可知, $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_j, j \in [1, M-TL]$ 也构成了交集子空间 $\text{span}(\mathbf{G}_{\text{inter}})$ 的标准正交基. 因此, $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 可通过下式获得:

$$\mathbf{G}_{\text{inter}} = \mathbf{Y}_n = [\tilde{\boldsymbol{\xi}}_1, \tilde{\boldsymbol{\xi}}_2, \dots, \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{M-TL}] \quad (40)$$

由式(40)可见: MHCS 利用的交集噪声子空间 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 的维度为 $M-TL$. 这是容易理解的, 因为 MHCS 对于每个真实信号源产生了 T 个虚拟信号源, 因而其等效的拥有 TL 个信号源, 故其噪声子空间的维度相比于传统 MUSIC 算法更低. 为了保证交集噪声子空间 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 非空, 需满足:

$$T \leq \left\lfloor \frac{M-1}{L} \right\rfloor \quad (41)$$

其中, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整运算.

因此, 当阵元数远大于信号源数时, MHCS 相比于传统 MUSIC 能够大幅降低 DOA 估计的计算量.

3.4 算法实现步骤总结

综上所述, 基于 MHCS 的二维 DOA 估计算法步骤如下:

步骤 1 由式(41)选择合适的压缩倍数 T 并基于式(11)和图 2 对二维变换域角度范围进行划分;

步骤 2 由式(31)计算矩阵 \mathbf{M} , 并对其进行奇异值分解;

步骤 3 由式(40)计算交集噪声子空间 $\mathbf{G}_{\text{inter}}$ 并由式(25)构造 (u, v) 域 MHCS 谱函数 $f_{\text{MHCS}}(u, v)$;

步骤 4 仅在角度分片 $B_{1,1}$ 内搜索得到 $f_{\text{MHCS}}(u, v)$ 的峰值位置 $(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1})$ 并将 $(\hat{u}_{1,1}, \hat{v}_{1,1})$ 代入式(20)计算得到可能的变换域 DOA $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t}), s \in [1, V], t \in [1, H]$;

步骤 5 将满足 $\| \mathbf{a}^H(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t}) \mathbf{G} \|^2 \approx 0$ 的 $(\hat{u}_{s,t}, \hat{v}_{s,t})$ 代入式(8)计算得到可能的角度域 DOA $(\hat{\theta}_{s,t}, \hat{\varphi}_{s,t})$ 或 $(\hat{\theta}_{s,t}, \pi - \hat{\varphi}_{s,t})$;

步骤 6 从 $(\hat{\theta}_{s,t}, \hat{\varphi}_{s,t})$ 及 $(\hat{\theta}_{s,t}, \pi - \hat{\varphi}_{s,t}), s \in [1, V], t \in [1, H]$ 选择使得 $\| \mathbf{a}^H(\hat{\theta}_{s,t}, \hat{\varphi}_{s,t}) \mathbf{G} \|^2$ 最小的 L 个角度作为真实 DOA 给出.

注意到式(6)中, (u, v) 的定义式可以随着阵列结构改变, 同时结合上述分析过程可见, 本文提出的算法能够适用于任意结构的二维平面阵列.

3.5 算法复杂度分析

设二维空间谱的总点数为 J , 则 MUSIC 算法总计算量为:

$$C_{\text{MUSIC}} = O(M^2 L) + O(J(M+1)(M-L)) \quad (42)$$

其中, $O(J(M+1)(M-L))$ 为谱峰搜索的计算量, $O(M^2 L)$ 为矩阵 \mathbf{R} 特征值分解的计算量^[13].

由于 MHCS 等效信号子空间维度为 TL , 等效噪声子空间维度为 $M-TL$, 同时注意到 MHCS 仅需要搜索 J/T 个空间谱点数, 因此, 本文算法的复杂度为:

$$C_{\text{MHCS}} = O(TM^2 L) + O(M^2 L) + O(J(M+1)(M-TL)/T) \quad (43)$$

其中, $O(TM^2 L)$ 为矩阵 \mathbf{M} 奇异值分解的计算量^[13].

通常, 空间谱总点数远远大于阵列数, 即 $J \gg M > L$, 因此, 我们有:

$$C_{\text{MUSIC}}/C_{\text{MHCS}} \approx T \quad (44)$$

这表明, 本文算法相比于传统 MUSIC 算法能将 DOA 估计的计算量约降低 T 倍.

4 仿真及分析

实验采用二维均匀阵, 阵元间距为半个波长. 在统计 DOA 估计精度时设置 Monte-Carlo 实验次数为 200 次, 角度域谱搜索步长为 0.01° , 变换域搜索步长 $\pi/18000 = 1.745e-4$.

图 3 给出了 $\text{SNR} = 10\text{dB}, N = 100$, 阵元数 $M = 10$, 单个信号源 DOA 为 $(\theta, \varphi) = (30^\circ, 60^\circ)$ 时的 MHCS 空间谱图. 其中, MHCS 压缩倍数设置为 $T = HV = 2 * 3 = 6$. 由图 2 可知: 此时空间划分中的 $\Delta u \approx 0.67$ 而 $\Delta v = 1$, 真实变换域 DOA 为 $(u, v) = (\cos\theta \sin\varphi, \sin\theta) = (0.75, 0.5)$ 且其落在角度分片 B_{12} 中. 由于 $T = 6$, 因此 MHCS 会产生 5 个虚拟 DOA, 它们的值可根据式(20)计算得出, 如表 1 所示.

对比图 3 和表 1 结果可见: MHCS 所有峰值位置与

式(20)计算结果完全一致.由于 MHCS 的所有谱峰均匀地分布于 (u, v) 平面,因此搜索 MHCS 的一个角度片段即可定位该片段内的峰值位置,根据式(20)进而可计算得到所有虚拟 DOA,最后以变换域最小化 $\| \mathbf{a}^H(u, v) \mathbf{G} \|^2$ 及角度域最小化 $\| \mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \mathbf{G} \|^2$ 的准则即可得到真实 DOA 估计,如表 2 所示.

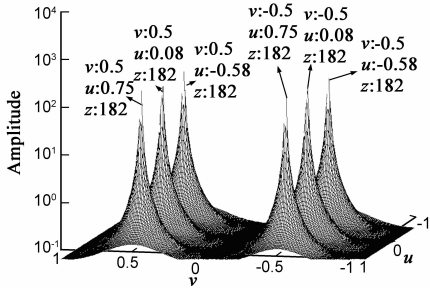


图3 单个信号源时的MHCS空间谱($T=6$)

表 1 MHCS 虚拟 DOA 计算

角度 分片	角度分片范围		式(20) s 取值	式(20) t 取值	虚拟 DOA	
	u	v			u	v
B_{11}	0.33 ~ 1	-1 ~ 0	0	-1	0.75	-0.5
B_{21}	-0.34 ~ 0.33	-1 ~ 0	-1	-1	0.08	-0.5
B_{31}	-1 ~ -0.34	-1 ~ 0	-2	-1	-0.58	-0.5
B_{12}	0.33 ~ 1	0 ~ 1	0	0	0.75	0.5
B_{22}	-0.34 ~ 0.33	0 ~ 1	-1	0	0.08	0.5
B_{32}	-1 ~ -0.34	0 ~ 1	-2	0	-0.58	0.5

表 2 MHCS 极值检验

变换域 DOA		$\ \mathbf{a}^H(u, v) \mathbf{G} \ ^2$	真实/ 虚拟	角度域 DOA	
u	v			θ	φ
0.75	-0.5	15.87	虚拟	/	/
0.08	-0.5	15.22	虚拟	/	/
-0.58	-0.5	14.36	虚拟	/	/
0.75	0.5	0.0062	真实	30°	60°或 120°
0.08	0.5	15.57	虚拟	/	/
-0.58	0.5	15.01	虚拟	/	/

由表 2 可见:由于 $\varphi = 120^\circ$ 取值越界(注意图 1 中, θ 和 φ 的取值范围均为 $-90^\circ \sim 90^\circ$),因此 MHCS 给出的最终角度域 DOA 估计值为 $(\theta, \varphi) \approx (30^\circ, 60^\circ)$,这与实际信号 DOA 相一致.

图 4 给出了 SNR = 10dB、 $N = 100$ 、阵元数 $M = 16$ 、两个信号源 DOA $(\theta_1, \varphi_1) = (20^\circ, 50^\circ)$ 及 $(\theta_2, \varphi_2) = (30^\circ, 30^\circ)$ 时的 MHCS 空间谱图.其中,压缩倍数设置为 $T = HV = 2 \times 2 = 4$.

此时, $(\theta_1, \varphi_1) = (20^\circ, 50^\circ)$ 产生的变换域 DOA 位于 $(0.72, 0.34)$ 而 $(\theta_2, \varphi_2) = (30^\circ, 30^\circ)$ 产生的变换域 DOA

位于 $(0.43, 0.50)$.

由图 4 可见:MHCS 同样产生了均匀地分布于 (u, v) 平面的 $T = 4$ 个虚拟谱峰,因此我们仅搜索 MHCS 的一个角度片段,之后通过类似于表 1 ~ 表 2 的虚拟 DOA 计算和极值检测即可得到真实 DOA 估计.

为了比较 MHCS 与 MUSIC 空间谱的差异,图 5 和图 6 分别给出了快拍数 $N = 100$ 、阵元数 $M = 16$ 时,基于 MUSIC 空间谱和不同压缩倍数的 MHCS 空间谱峰值搜索进行 DOA 估计均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)以及成功概率与信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)的对比关系.

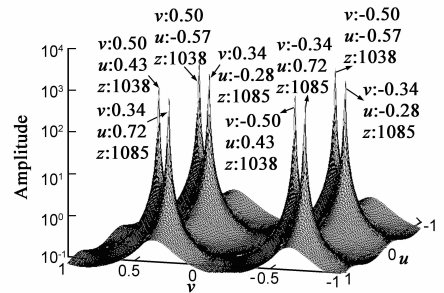


图4 两个信号源时的MHCS空间谱($T=4$)

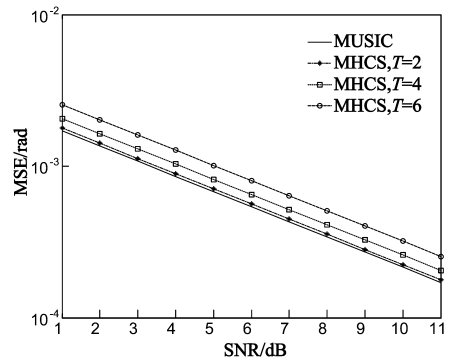


图5 估计精度与信噪比关系

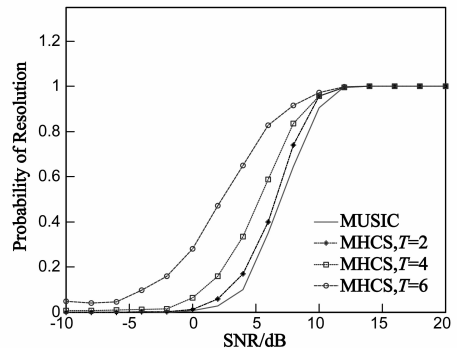


图6 分辨成功概率与信噪比关系

由图 5 可见:与传统 MUSIC 算法相比,本文提出的 MHCS 算法 DOA 估计的均方根误差略大,而且该误差随着压缩倍数的增大而增大.由图 6 可见:MHCS 的空间

分辨率较之传统 MUSIC 算法略高,同时随着压缩倍数的增大,MHCS 的空间分辨率呈现逐渐增高的趋势。

MHCS 利用了多个子空间交集,因而其累积了子空间估计的误差^[11],故估计精度比 MUSIC 略低;另一方面,MHCS 相比于 MUSIC 具有更低的噪声子空间维度,因此其空间谱比 MUSIC 空间谱更为尖锐^[11],故其分辨率更高。对比 Mini-Norm 和 MUSIC 算法的关系可知:本文提出的 MHCS 算法与 MUSIC 算法的关系与上述两种算法的关系十分相似^[14]。

5 结论

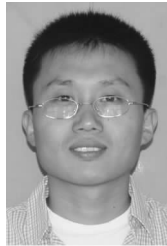
波达角估计是阵列信号处理的重要研究课题。传统 MUSIC 算法计算量巨大而难以满足实时处理要求。本文从空间角度划分和噪声子空间映射的角度入手,提出了一种基于空间谱压缩技术的高效二维波达角估计算法,该算法可适用于任意平面阵列结构,能大幅降低波达角估计的计算量,具有较大的理论和应用价值。

参考文献

- [1] Hassanien A, Vorobyov S A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with collocated antennas[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2669 – 2682.
- [2] Wu Y I, Wong K T. Acoustic near-field source-localization by two passive anchor-nodes[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(1): 159 – 169.
- [3] Ren Meng-qi, Zou Yue-xian. A novel multiple sparse source localization using triangular pyramid microphone array[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(2): 83 – 86.
- [4] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(2): 276 – 280.
- [5] Wang G M, Xin J M, Zheng N N, Sano A. Computationally efficient subspace-based method for two-dimensional direction estimation with L-shaped array[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7): 3197 – 3212.
- [6] Yan Feng-gang, Jin Ming, Liu Shuai, Qiao Xiao-lin. Real-valued MUSIC for efficient direction estimation with arbitrary array geometries[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2014, 62(6): 1548 – 1560.
- [7] Lin J D, Fang W H, Wang Y Y, et al. PSF MUSIC for joint DOA and frequency estimation and its performance analysis[J]. IEEE Transactions on signal processing, 2006, 54(12): 4529-4542.

- [8] Zhuang J, Li W, Manikas A. Fast root-MUSIC for arbitrary arrays[J]. IET Electronics letters, 2010, 46(2): 174 – 176.
- [9] Belloni F, Richter A, Koivunen V. DOA estimation via manifold separation for arbitrary array structures[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(10): 4800 – 4810.
- [10] Rubsamen M, Gershman A B. Direction-of-arrival estimation for nonuniform sensor arrays: from manifold separation to Fourier domain music methods[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(2): 588 – 599.
- [11] 闫锋刚, 刘帅, 金铭, 乔晓林. 适用任意阵列的变换域二维波达角快速估计算法[J]. 电子学报, 2013, 41(5): 936 – 942.
Yan Feng-gang, Liu Shuai, Jin Ming, Qiao Xiao-lin. Fast 2-D DOA estimation method in transformed domain with arbitrary arrays[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(5): 936 – 942. (in Chinese)
- [12] Golub G H, Loan C F V. Matrix Computations[M]. Baltimore, MD: The Johns Hopkins University Press, 1996.
- [13] Xu Guang-han, Kailath T. Fast subspace decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(3): 539 – 551.
- [14] Li F, Vaccaro R J. Analysis of min-norm and MUSIC with arbitrary array geometry[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(6): 976 – 985.

作者简介



王 军 男, 1976 年 8 月出生, 山东潍坊人。1998 年和 2006 年分别在青岛大学和哈尔滨工业大学获工学学士和工学硕士学位。现为哈尔滨工业大学电子与信息工程学院博士研究生, 哈尔滨工业大学(威海)信息与电气工程学院讲师。主要从事压缩感知雷达信号处理、极化信号处理、雷达抗干扰等方面的研究。
E-mail: hitwangjun@126.com



闫锋刚(通信作者) 男, 1982 年 2 月出生, 陕西咸阳人。2005 年、2008 年和 2013 年分别在西安交通大学、中国科学院和哈尔滨工业大学获得工学学士、工学硕士和工学博士学位。现为哈尔滨工业大学(威海)信息与电气工程学院讲师。主要从事雷达对抗、阵列信号处理、统计信号理论等方面的研究。